

---

# 1. Übungsblatt

Besprechung: Dienstag, 30.10.2007

---

**Aufgabe 1** (The lost cow problem – randomisiert). (1 Punkt)  
Erinnere Dich an das *Lost Cow Problem* aus der Vorlesung. Für den deterministischen Algorithmus *Verdopplungsstrategie* haben wir gezeigt, dass er 9-kompetitiv ist. Finde nun einen randomisierten Algorithmus der diese Gütegarantie gegen den blinden Gegner verbessert und beweise dies.

**Aufgabe 2** (Scheduling related machines). (2 + 1 Punkte)  
Es seien zwei *verwandte Maschinen* (related machines) unterschiedlicher Geschwindigkeiten gegeben. Die schnellere von beiden benötigt für die Ausführung eines Jobs der Bearbeitungsdauer  $p$  genau  $p$  Zeiteinheiten, während die langsamere  $\alpha \cdot p$  Zeiteinheiten benötigt, wobei  $\alpha \geq 1$ .

Der Listscheduling-Algorithmus (von Graham) für identische Maschinen aus der Vorlesung kann wie folgt verallgemeinert werden: Sei  $j$  der aktuelle Job,  $L$  die derzeitige Last der langsamen Maschine und  $S$  die Last der schnellen Maschine. Der Job wird nun der schnellen Maschine zugewiesen, wenn  $S + p_j \leq L + \alpha \cdot p_j$ , andernfalls der langsamen. D.h., der Job kommt auf die Maschine, auf der er zuerst beendet werden würde – wo er also den Zielfunktionswert ( $C_{\max}$ ) am wenigsten erhöhen würde.

1. Zeige, dass der Algorithmus  $\min\{\frac{2\alpha+1}{\alpha+1}, 1 + \frac{1}{\alpha}\}$ -kompetitiv ist.

Hinweis: Überlege, wie der Wert des offline Optimums von unten beschränkt werden kann; es gibt wieder eine Art Durchschnittslast. Führe eine Fallunterscheidung nach  $\alpha \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  und  $\alpha > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  durch.

2. Beweise, dass für  $\alpha \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  kein deterministischer online Algorithmus besser als  $(1 + 1/\alpha)$ -kompetitiv sein kann.

**Aufgabe 3** (Bin packing). (1 Punkt)  
Zeige, dass der Algorithmus **Any Fit** 2-kompetitiv für das *Bin Packing Problem* ist. Any Fit packt einen Gegenstand in irgendeinen Bin, in den er hineinpaßt. Ein neuer Bin wird nur dann geöffnet, wenn kein offener Bin mehr ausreichend Kapazität hat.