Elgersburger Arbeitstagung
03.–07. März 2014

Berechnung des komplexen Dissipativitätsradius

Matthias Voigt

Numerische Methoden in der System- und Regelungstheorie
Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme
Magdeburg

Motivation

Deskriptorsysteme

$$\Sigma : \begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t), \end{cases}$$

mit $E,\ A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p\times m}$, $\lambda E - A$ regulär.

Motivation

Deskriptorsysteme

$$\Sigma : \begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t), \end{cases}$$

mit $E,\ A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p\times m}$, $\lambda E - A$ regulär.

Dissipativität

- wichtige Eigenschaft physikalischer Prozesse;
- muß in Modellstruktur reflektiert sein, um sinnvolle Ergebnisse zu liefern;
- Problem: Modellierungsfehler/Parameterunsicherheiten:
  - können Dissipativität zerstören $\rightsquigarrow$ Erzwingung der Systemstruktur durch Störungen [Grivet-Talocia '04, Brüll, Schröder '13]
  - können Dissipativität fast zerstören $\rightsquigarrow$ Robustheit von Dissipativität unter Störungen?

Dissipativität

Definition

Das Funktional

$$s(u(t), y(t)) = \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix},$$

heißt Zufuhrrate.

Dissipativität

Definition

Das Funktional

$$s(u(t), y(t)) = \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix},$$

heißt Zufuhrrate.

Definition [Brüll '11]

Das System Σ heißt (zyklo-)dissipativ bzgl. der Zufuhrrate $s(\cdot, \cdot)$, falls

$$\int_0^T s(u(t), y(t)) \mathrm{d}t \geq 0$$

for alle $T \geq 0$ und alle lokal quadratisch integrierbaren Lösungstrajektorien $(u(\cdot), x(\cdot), y(\cdot))$ mit $Ex(0) = Ex(T) = 0$.

Spektrale Bedingungen

Definition: Signumssummenfunktion

$$\eta(H) := \pi_+ + \pi_0 - \pi_-,$$

wobei (π_+, π_0, π_-) die Signatur von H ist.

Spektrale Bedingungen

Definition: Signumssummenfunktion

$$\eta(H) := \pi_+ + \pi_0 - \pi_-,$$

wobei (π_+, π_0, π_-) die Signatur von H ist.

Definition: gerades Matrixbüschel

$$\mathcal{N}(\lambda) = \lambda N - M := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \lambda E - A & -B \\ 0 & 0 & I_m & -C & -D \\ 0 & I_m & Q & 0 & S \\ -\lambda E^T - A^T & -C^T & 0 & 0 & 0 \\ -B^T & -D^T & S^T & 0 & R \end{bmatrix}.$$

Satz [Brüll '11]

Unter gewissen Bedingungen ist das System dissipativ genau dann wenn

$$\eta(\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega)) = m.$$

Der Dissipativitätsradius

Störungen des Systems

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \mathcal{L}_2 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1 & \mathcal{R}_2 \end{bmatrix}$$

mit $\mathcal{L}_1 \in \mathbb{R}^{n \times m_0}$, $\mathcal{L}_2 \in \mathbb{R}^{p \times m_0}$, $\mathcal{R}_1 \in \mathbb{R}^{p_0 \times n}$, $\mathcal{R}_2 \in \mathbb{R}^{p_0 \times n}$, $\Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0}$.

Der Dissipativitätsradius

Störungen des Systems

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \mathcal{L}_2 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1 & \mathcal{R}_2 \end{bmatrix}$$

mit $\mathcal{L}_1 \in \mathbb{R}^{n \times m_0}$, $\mathcal{L}_2 \in \mathbb{R}^{p \times m_0}$, $\mathcal{R}_1 \in \mathbb{R}^{p_0 \times n}$, $\mathcal{R}_2 \in \mathbb{R}^{p_0 \times n}$, $\Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0}$.

Komplexer Dissipativitätsradius

$$r_{s,\mathbb{C}} := \inf \left\{ \|\Delta\|_2 \ : \text{gestörtes System mit } \Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0} \text{ nicht dissipativ} \right\}$$

Der Dissipativitätsradius

Störungen des Systems

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \mathcal{L}_2 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1 & \mathcal{R}_2 \end{bmatrix}$$

mit $\mathcal{L}_1 \in \mathbb{R}^{n \times m_0}$, $\mathcal{L}_2 \in \mathbb{R}^{p \times m_0}$, $\mathcal{R}_1 \in \mathbb{R}^{p_0 \times n}$, $\mathcal{R}_2 \in \mathbb{R}^{p_0 \times n}$, $\Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0}$.

Störungen des geraden Büschels

$$\mathcal{N}_\Delta(\lambda) := \mathcal{N}(\lambda) - K^T \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} K \quad \text{mit}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1^T & \mathcal{L}_2^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_1 & \mathcal{R}_2 \end{bmatrix}.$$

Komplexer Dissipativitätsradius bzgl. Störungen des Büschels:

$$r_{s,\mathbb{C}} = \inf \left\{ \|\Delta\|_2 : \eta\left(\mathcal{N}_\Delta(\mathrm{i}\omega_0)\right) \neq m \text{ für ein } \omega_0 \in \mathbb{R} \text{ und } \Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0} \right\}.$$

Störungen des singulären Teils und des Teils höheren Indexes

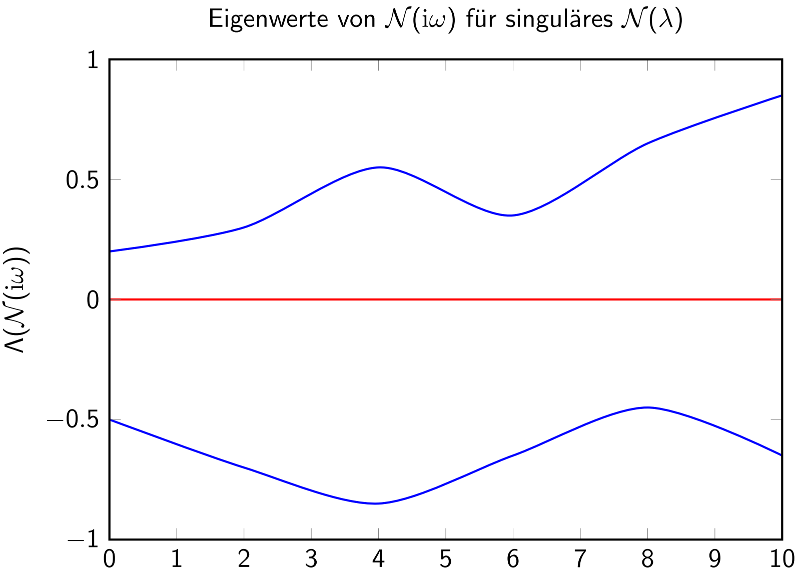
Problem

$\mathcal{N}(\lambda)$ kann beliebig „komplizierte“ Struktur haben, z.B.

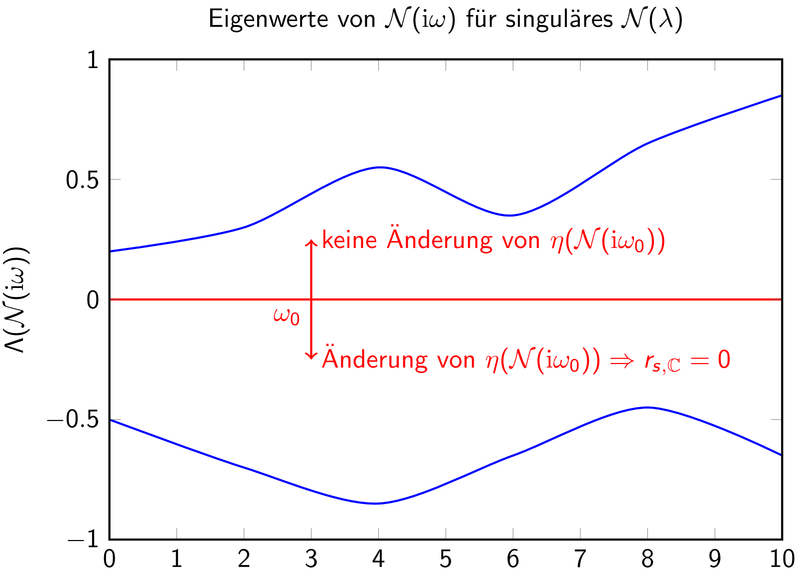
- $\mathcal{N}(\lambda)$ kann singulär sein;
- unendliche Eigenwerte können Jordanblöcke bilden („höherer Index“).

Störungen dieser Unterstrukturen müssen gesondert betrachtet werden.

Störungen des singulären Teils



Störungen des singulären Teils



Störungen des singulären Teils

$$\mathcal{N}_\Delta(\lambda) = \mathcal{N}(\lambda) - \begin{bmatrix} K_1^T & K_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

Satz [V. '13]

Sei

$$\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega_0) = \begin{bmatrix} V_1(\omega_0) & V_2(\omega_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda(\omega_0) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega_0) & V_2(\omega_0) \end{bmatrix}^H.$$

Dann gilt:

- $K_1 V_2(\omega_0) = 0$, $K_2 V_2(\omega_0) = 0 \Rightarrow$ keine Störung;
- $K_1 V_2(\omega_0) \neq 0$, $K_2 V_2(\omega_0) \neq 0 \Rightarrow$ Störung in beide Richtungen;

Störungen des singulären Teils

$$\mathcal{N}_\Delta(\lambda) = \mathcal{N}(\lambda) - \begin{bmatrix} K_1^T & K_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

Satz [V. '13]

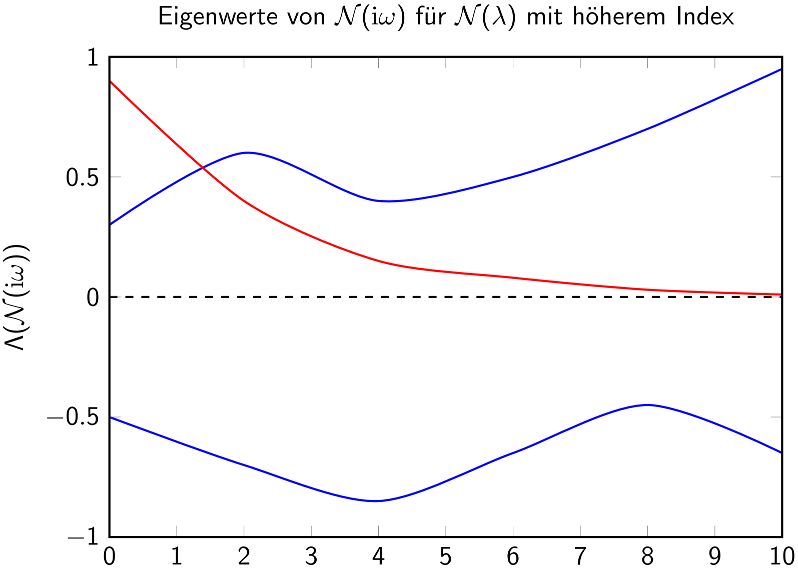
Sei

$$\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega_0) = \begin{bmatrix} V_1(\omega_0) & V_2(\omega_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda(\omega_0) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega_0) & V_2(\omega_0) \end{bmatrix}^H.$$

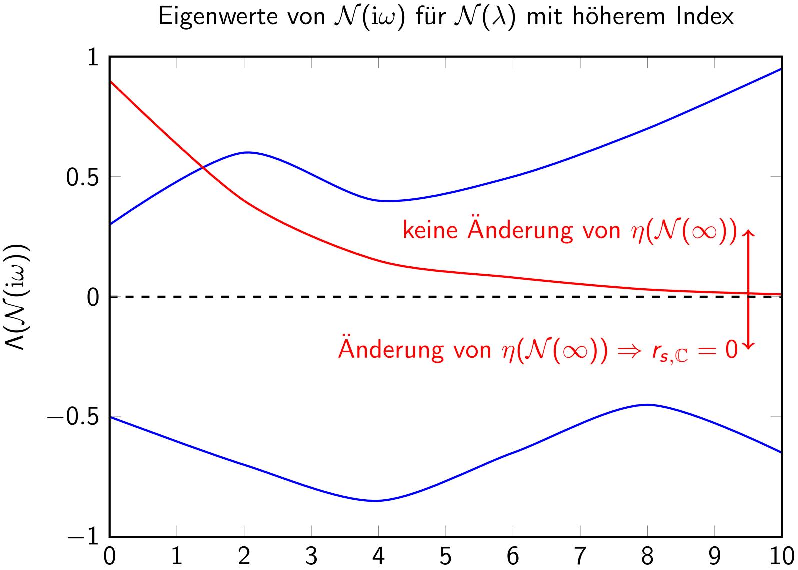
Dann gilt:

- $K_1 V_2(\omega_0) = 0,\ K_2 V_2(\omega_0) = 0 \Rightarrow$ keine Störung;
- $K_1 V_2(\omega_0) \neq 0,\ K_2 V_2(\omega_0) \neq 0 \Rightarrow$ Störung in beide Richtungen;
- $K_1 V_2(\omega_0) \neq 0,\ K_2 V_2(\omega_0) = 0$:
  - $K_2 \mathcal{N}(\mathrm{i}\omega_0)^\dagger K_2^T \not\geq 0 \Leftrightarrow$ nur Störung in positive Richtung;
  - $K_2 \mathcal{N}(\mathrm{i}\omega_0)^\dagger K_2^T \not\leq 0 \Leftrightarrow$ nur Störung in negative Richtung;
- $K_1 V_2(\omega_0) = 0,\ K_2 V_2(\omega_0) \neq 0$:
  - $K_1 \mathcal{N}(\mathrm{i}\omega_0)^\dagger K_1^T \not\geq 0 \Leftrightarrow$ nur Störung in positive Richtung;
  - $K_1 \mathcal{N}(\mathrm{i}\omega_0)^\dagger K_1^T \not\leq 0 \Leftrightarrow$ nur Störung in negative Richtung.

Störungen des Teils von höherem Index



Störungen des Teils von höherem Index



Störungen des Teils von höherem Index

$$\mathcal{N}_\Delta(\lambda) = \mathcal{N}(\lambda) - \begin{bmatrix} K_1^T & K_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

Satz [V. '13]

Sei

$$\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega) = \begin{bmatrix} V_1(\omega) & V_2(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda(\omega) & 0 \\ 0 & \Omega(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega) & V_2(\omega) \end{bmatrix}^H,$$

wobei $\left\|\Lambda(\omega)^{-1}\right\| < h < \infty \; \forall \omega > \omega_0$, $\lim_{\omega\to\infty} \Omega(\omega) = 0$. Dann gilt für Störungen der Eigenwerte von $\Omega(\infty)$:

- $K_1 V_2(\infty) = 0$, $K_2 V_2(\infty) = 0 \Rightarrow$ keine Störung;
- $K_1 V_2(\infty) \neq 0$, $K_2 V_2(\infty) \neq 0 \Rightarrow$ Störung in beide Richtungen für einen EW;

Störungen des Teils von höherem Index

$$\mathcal{N}_\Delta(\lambda) = \mathcal{N}(\lambda) - \begin{bmatrix} K_1^T & K_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

Satz [V. '13]

Sei

$$\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega) = \begin{bmatrix} V_1(\omega) & V_2(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda(\omega) & 0 \\ 0 & \Omega(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega) & V_2(\omega) \end{bmatrix}^H,$$

wobei $\left\|\Lambda(\omega)^{-1}\right\| < h < \infty \; \forall \omega > \omega_0$, $\lim_{\omega\to\infty} \Omega(\omega) = 0$. Dann gilt für Störungen der Eigenwerte von $\Omega(\infty)$:

- $K_1 V_2(\infty) \neq 0$, $K_2 V_2(\infty) = 0$, $(K_1 V_2(\infty))_{:,j} \neq 0$:
  - $K_2 \mathcal{N}(\infty)^\dagger K_2^T \not\geq 0 \Leftrightarrow$ für j. EW nur Störung in positive Richtung;
  - $K_2 \mathcal{N}(\infty)^\dagger K_2^T \not\leq 0 \Leftrightarrow$ für j. EW nur Störung in negative Richtung;
- $K_1 V_2(\infty) = 0$, $K_2 V_2(\infty) \neq 0$, $(K_2 V_2(\infty))_{:,j} \neq 0$:
  - $K_1 \mathcal{N}(\infty)^\dagger K_1^T \not\geq 0 \Leftrightarrow$ für j. EW nur Störung in positive Richtung;
  - $K_1 \mathcal{N}(\infty)^\dagger K_1^T \not\leq 0 \Leftrightarrow$ für j. EW nur Störung in negative Richtung.

Umformulierung des Problems

$$\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega) = \begin{bmatrix} V_1(\omega) & V_2(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda(\omega) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega) & V_2(\omega) \end{bmatrix}^H$$

Umformulierung

$$\begin{aligned} r_{s,\mathbb{C}} &= \inf \left\{ \|\Delta\|_2 : \mathcal{N}_\Delta(\lambda) \text{ mit } \Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0} \text{ hat imaginäre Eigenwerte} \right\} \\ &= \inf \left\{ \|\Delta\|_2 : \det\left(\Lambda(\mathrm{i}\omega) - V_1(\mathrm{i}\omega)^H K^T \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} K V(\mathrm{i}\omega) \right) = 0 \right. \\ &\qquad \left. \text{mit } \Delta \in \mathbb{C}^{m \times p} \text{ für ein } \omega \in \mathbb{R} \right\} \\ &= \inf \left\{ \|\Delta\|_2 : \det\left(I_{m_0+p_0} - \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} K \mathcal{N}(\mathrm{i}\omega)^\dagger K^T \right) = 0 \right. \\ &\qquad \left. \text{mit } \Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0} \text{ für ein } \omega \in \mathbb{R} \right\} \end{aligned}$$

Störung einer einzelnen Matrix

Störung einer einzelnen Hermiteschen Matrix

Bestimme

$$q(\mathcal{M}) := \inf \left\{ \|\Delta\|_2 : \det \left(I_{m_0+p_0} - \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \mathcal{M} \right) = 0 \text{ mit } \Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0} \right\}$$

für eine fixe Hermitesche Matrix $\mathcal{M}$.

Störung einer einzelnen Matrix

Störung einer einzelnen Hermiteschen Matrix

Bestimme

$$q(\mathcal{M}) := \inf \left\{ \|\Delta\|_2 : \det\left(I_{m_0+p_0} - \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \mathcal{M} \right) = 0 \text{ mit } \Delta \in \mathbb{C}^{m_0 \times p_0} \right\}$$

für eine fixe Hermitesche Matrix $\mathcal{M}$.

Beobachtung

Partitioniere $\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{12}^H & \mathcal{M}_{22} \end{bmatrix}$ analog zu $\begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix}$. Dann gilt

$$\begin{aligned} &\det\left(I_{m_0+p_0} - \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{12}^H & \mathcal{M}_{22} \end{bmatrix} \right) \\ =& \det\left(I_{m_0+p_0} - \begin{bmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma\mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{12}^H & \mathcal{M}_{22}/\gamma \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

für alle $\gamma > 0$.

Optimale Störung

Satz [Hu, Qiu '98]

Sei $\mathcal{F}(\gamma) := \begin{bmatrix} \gamma\mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{12}^H & \mathcal{M}_{22}/\gamma \end{bmatrix}$ und sei $\mathrm{In}(\mathcal{M}) = (\pi_+, \pi_0, \pi_-)$. Definiere die Zahlen

$$r_+ = \begin{cases} \left(\inf_{\gamma>0} \{\lambda_1(\mathcal{F}(\gamma))\} \right)^{-1} & \text{falls } \pi_+ > 0, \\ \infty & \text{falls } \pi_+ = 0, \end{cases}$$

$$r_- = \begin{cases} \left(\inf_{\gamma>0} \{-\lambda_{m_0+p_0}(\mathcal{F}(\gamma))\} \right)^{-1} & \text{falls } \pi_- > 0, \\ \infty & \text{falls } \pi_- = 0, \end{cases}$$

wobei $\lambda_j(\mathcal{F}(\gamma))$, $j = 1, \ldots, m_0 + p_0$ den j-größten Eigenwert von $\mathcal{F}(\gamma)$ bezeichnet. Dann gilt

$$q(\mathcal{M}) = \min\{r_+, r_-\}.$$

Optimale Störung - Niveaumengenalgorithmus

Sei

$$\mathcal{F}(\gamma,\omega) = \Gamma K \mathcal{N}(\omega)^{-1} K^T \Gamma \quad \text{mit} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \sqrt{\gamma} I_{m_0} & 0 \\ 0 & I_{p_0}/\sqrt{\gamma} \end{bmatrix}.$$

Für gegebene $\gamma, \xi > 0$ ist es möglich, die Intervalle für ω (=Niveaumengen) zu finden, für die

$$\xi > \min \left\{ \lambda_1(\mathcal{F}(\gamma,\omega))^{-1}, -\lambda_{m_0+p_0}(\mathcal{F}(\gamma,\omega))^{-1} \right\}$$

gilt und darauf basierend ξ zu aktualisieren.

Optimale Störung - Niveaumengenalgorithmus

Sei

$$\mathcal{F}(\gamma,\omega) = \Gamma K \mathcal{N}(\omega)^{-1} K^T \Gamma \quad \text{mit} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \sqrt{\gamma} I_{m_0} & 0 \\ 0 & I_{p_0}/\sqrt{\gamma} \end{bmatrix}.$$

Für gegebene $\gamma, \xi > 0$ ist es möglich, die Intervalle für ω (=Niveaumengen) zu finden, für die

$$\xi > \min \left\{ \lambda_1(\mathcal{F}(\gamma,\omega))^{-1}, -\lambda_{m_0+p_0}(\mathcal{F}(\gamma,\omega))^{-1} \right\}$$

gilt und darauf basierend ξ zu aktualisieren.

Zutaten

1. zur Bestimmung der Intervallgrenzen: Berechnung der Eigenwerte gerade Büschel der Form

$$\mathcal{H}_{\pm}(\lambda,\xi,\gamma) := \begin{bmatrix} \mathcal{N}(\lambda) & K^T\Gamma \\ \Gamma K & \pm I_{m_0+p_0}/\xi \end{bmatrix},$$

2. zum Aufdatieren von ξ: Evaluation von $q(K\mathcal{N}(\mathrm{i}\omega)^{\dagger}K^T)$ für einige wenige ω.

Illustratives Beispiel

Beispieldaten

Masse-Feder-Dämpfer-System mit $n = 11$, $m = p = 1$. Zufuhrrate $s(y(t), u(t)) = u(t)^T u(t) - y(t)^T y(t)$.

Illustratives Beispiel

Beispieldaten

Masse-Feder-Dämpfer-System mit $n = 11$, $m = p = 1$. Zufuhrrate $s(y(t), u(t)) = u(t)^T u(t) - y(t)^T y(t)$.

Numerische Ergebnisse

Struktur von $\mathcal{N}(\lambda)$: Index $= 3$,

$KV_2(\infty) = 0 \Rightarrow$ keine beliebig kleine Störung im singulären Teil oder Teil von höherem Index möglich

Anfangswerte:

- at $\omega = 0.000000$: $\xi = 0.631336$, $\gamma = 1.000000$;
- at $\omega = 0.156058$: $\xi = 0.024067$, $\gamma = 1.000000$;
- at $\omega = 4.50360e{+}12$: $\xi = 6.44981e{+}26$, $\gamma = 1.000000$.

Illustratives Beispiel

Beispieldaten

Masse-Feder-Dämpfer-System mit $n = 11$, $m = p = 1$. Zufuhrrate $s(y(t), u(t)) = u(t)^T u(t) - y(t)^T y(t)$.

Numerische Ergebnisse

Iteration:

#	ξ	γ	Niveaumenge
1	2.0304218649893e-04	1.000000	$(0.137948337, 0.156058240)$
2	2.2582134423309e-05	1.000000	$(0.146724145, 0.148262833)$
3	2.2572391984637e-05	1.000000	$(0.147491482, 0.147502786)$
4	2.2572391984415e-05	1.000000	$(0.147497100, 0.147497169)$
5	2.2572391984474e-05	1.000000	$(0.147497126, 0.147497144)$

Resultat: $r_{s,\mathbb{C}} = 2.25724\text{e-}05$ ($\mathcal{H}_\infty$-norm is 0.9996).

Zusammenfassung, offene Probleme

Zusammenfassung

- Charakterisierung von Dissipativität mittels gerader Matrixbüschel;
- Betrachtung von Störungen in verschiedenen Unterstrukturen des Büschels wichtig;
- Berechnung des Dissipativitätsradius mittels Lösung von Eigenwertoptimierungsproblemen.

Zusammenfassung, offene Probleme

Zusammenfassung

- Charakterisierung von Dissipativität mittels gerader Matrixbüschel;
- Betrachtung von Störungen in verschiedenen Unterstrukturen des Büschels wichtig;
- Berechnung des Dissipativitätsradius mittels Lösung von Eigenwertoptimierungsproblemen.

Offene Fragen

- Störung von E?
- Bestimmung des reellen Dissipativitätsradius (wesentlich schwieriger),
- Große dünnbesetzte Systeme (Pseudospektren anwendbar? Wie Blockstruktur der Störung einbeziehen?)

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Literatur

- GRIVET-TALOCIA '04: *Passivity enforcement via perturbation of Hamiltonian matrices*, IEEE Trans. Circuits Syst. I. Regul. Pap., 51(9):1755–1769, 2004.
- BRÜLL, SCHRÖDER '13: *Dissipativity enforcement via perturbation of para-Hermitian pencils*, IEEE Trans. Circuits Syst. I. Regul. Pap., 60(1), 164–177, 2013.
- BRÜLL '11: *Dissipativity of linear quadratic systems*. Dissertation, Institut für Mathematik, TU Berlin, 2011.
- VOIGT '13: *Computating complex dissipativity radii*, 2013. In Vorbereitung.
- BYERS, MEHRMANN, XU '07: *A structured staircase algorithm for skew-symmetric/symmetric pencils*. Electron. Trans. Numer. Anal., 26:1–13, 2007.
- HU, QIU '98: *On structured perturbation of Hermitian matrices*. Linear Algebra Appl., 275–276:287–314, 1998.